

И. ВУЧКОВ
Л. БОЯДЖИЕВА
Е. СОЛАКОВ

**ПРИЛОЖЕН
ЛИНЕЕН РЕГРЕСИОНЕН
АНАЛИЗ**

И. ВУЧКОВ
Л. БОЯДЖИЕВА
Е. СОЛАКОВ

51
B-30

**ПРИКЛАДНОЙ
ЛИНЕЙНЫЙ РЕГРЕССИОННЫЙ
АНАЛИЗ**

Перевод с болгарского Ю. П. АДЛЕРА



МОСКВА
"ФИНАНСЫ И СТАТИСТИКА"
1987

БИБЛИОТЕЧКА ИНОСТРАННЫХ КНИГ
ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ И СТАТИСТИКОВ

С 1980 г. вышли из печати:

1. Н. Хастингс, Дж. Пикок. Справочник по статистическим распределениям. 1980.
2. А. Гильберт. Как работать с матрицами. 1981.
3. М. Кендэл. Временные ряды. 1981.
4. Ю. Кюн. Описательная и индуктивная статистика. 1981.
5. А. Эренберг. Анализ и интерпретация статистических данных. 1981.
6. П. Мюллер, П. Нойман, Р. Шторм. Таблицы по математической статистике. 1982.
7. Г. Кимбл. Как правильно пользоваться статистикой. 1982.
8. Э. Фёрстер, Б. Рёнц. Методы корреляционного и регрессионного анализа. 1983.
9. М. Холлендер, Д. Вулф. Непараметрические методы статистики. 1983.
10. И. Ликеш, И. Ляга. Основные таблицы математической статистики. 1985.
11. Р. Джессен. Методы статистических обследований. 1985.
12. Х. Аренс, Ю. Лейтер. Многомерный дисперсионный анализ. 1985.
13. К. Льюис. Методы прогнозирования экономических показателей. 1986.
14. Дж. Мердок. Контрольные карты. 1986.

Подготавливается к изданию:

Дж. Хей. Введение в методы байесовского статистического вывода

Редколлегия серии:

В. И. ДАНИЛОВ-ДАНИЛЬЯН, Е. З. ДЕМИДЕНКО, В. М. ИВАНОВА,
А. В. ПАВЛЮКОВ, Г. Г. ПИРОГОВ, А. А. РЫВКИН, Е. М. ЧЕТЫРКИН, Р. М. ЭНТОВ

В 0702060000—032
010(01)—87 101—87

© Перевод на русский язык, предисловие к русскому изданию, «Финансы и статистика», 1987

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

До недавнего времени регрессионный анализ опирался на тщательно разработанную систему предпосылок, выполнение которых гарантировало оптимальность получаемых оценок. Книга И. Вучкова, Л. Бояджиевой, Е. Солакова «Прикладной линейный регрессионный анализ» — одна из первых, где систематически рассматривается проблема нарушения той или иной из канонических предпосылок.

Если в классических работах, посвященных регрессионному анализу (например, Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. В 2-х кн. — 2-е изд. — М.: Финансы и статистика. — Кн. 1. — 1986; Кн. 2. — 1987), возможность нарушения предпосылок рассматривается как досадная помеха, которую надо устранить, то в данной работе, напротив, такие нарушения предполагаются естественными для многих прикладных задач. Это позволяет иначе взглянуть на всю проблему и считать условие выполнимости предпосылок предрассудком. Но если дело действительно обстоит таким образом, то надо не бороться с отдельными трудностями в отдельных задачах, а разрабатывать радикальные меры, позволяющие решать регрессионные задачи «без постулатов». Именно это и предлагают известный болгарский ученый — специалист по прикладной статистике профессор И. Вучков и его коллеги.

Их исследование можно рассматривать в качестве естественного продолжения таких работ, как упомянутая выше книга Н. Дрейпера и Г. Смита. Поэтому «Прикладной линейный регрессионный анализ» рассчитан на достаточно хорошо подготовленного читателя, уже знакомого с классической регрессией, знающего основы математической статистики.

Глава 1 содержит сжатое изложение классической теории, без которого вряд ли можно было бы обойтись, однако она не была задумана как альтернатива систематической монографии. В большинстве случаев авторы, в расчете на подготовленного читателя, не дают формальных доказательств, ограничиваясь ссылками на работы, где они приводятся.

В главе 2 обсуждаются некоторые важные модификации классической процедуры: оценивание в условиях линейных ограничений на пара-

метры модели, выбор наилучшей регрессии, взвешенный метод наименьших квадратов (МНК), рекуррентное оценивание и др. Таким образом создается основа для перехода к анализу проблем, вызванных нарушениями предпосылок. Большое внимание уделяется плохой обусловленности матриц системы нормальных уравнений МНК. Это тяжелый «недуг», для борьбы с которым разработано множество приемов. Авторы уделяют особое внимание методам, основанным на регуляризации, главным образом ридж-регрессии (глава 3).

Большое число проблем связано с регрессионным анализом при неоднородных и коррелированных наблюдениях. Для диагностики подобных ситуаций обычно используется так называемый анализ остатков, а для получения приемлемых оценок — операция «взвешивания» информации. При неоднородности веса определяются оценками дисперсий, а при коррелированности они оказываются некоторыми функциями времени. Проблемы взвешивания обсуждаются в главе 4.

В главе 5 говорится об учете ошибок в уровнях факторов. По отдельности рассматриваются активный и пассивный эксперименты, поскольку механизмы образования ошибок в этих случаях различны.

И наконец, в главе 6 выясняются последствия нарушения нормальности распределения выходной переменной — отклика. В качестве альтернативы классической модели предлагаются разные типы робастных и непараметрических процедур оценивания.

Рассмотрим некоторые принципиальные вопросы, связанные с предпосылками, их проверкой и альтернативными процедурами. Предпосылки классической модели Гаусса — Маркова первоначально появились как результат обобщения законов, имманентных природе, которые, естественно, всегда выполняются. Если же вдруг оказалось, что они нарушены, это относили за счет некомпетентности человека, собиравшего данные, или за счет недостатков методики их сбора, или, наконец, за счет грубых ошибок. Каноны в таких случаях сомнению не подвергали. При подобной точке зрения проверка выполнимости предпосылок просто бессмысленна. Важно лишь работать тщательно и аккуратно на всех этапах, что верно всегда, а не только при обработке данных. Здесь предпосылки-постулаты сродни аксиомам математической теории: опираясь на них, можно строить изящные дедуктивные конструкции, а вопрос об их верности просто не имеет смысла. Так была построена теория классического регрессионного анализа. Ее развитие можно проследить, например, по классическим трудам А. А. Маркова [1] и Ю. В. Линника [2].

Выбравшись из недр теории, регрессионный анализ стал быстро развиваться. Сначала его методы применялись в астрономии и геодезии, потом в химии, а позднее в экономике. Возможность не беспокоиться о предпосылках была очень удобна, поскольку все силы можно было сосредоточить на содержательной интерпретации результатов. Вместе с тем расширение области практических приложений все чаще заставляло задумываться о правомерности подхода, основанного на слепой ве-

ре в неизбежность предпосылок. Время от времени появлялись задачи, которые явно противоречили предпосылкам. Под влиянием сомнений, порождаемых такими задачами, возникла идея проверки выполнимости постулатов. Понимаемая буквально, она оказалась нереализуемой, поскольку требовала большого объема эксперимента и огромных затрат на обработку результатов. В этой ситуации очень удачным оказался подход, основанный на анализе остатков, хоть и не до конца формализованный, но фактически реализуемый. Анализ остатков получил широкое распространение [4]. В 80-е годы новый импульс анализу остатков придало развитие диалоговых систем на базе мини- и микроЭВМ.

Распространенная точка зрения при возникновении ситуации невыполнения постулатов такова: не обращать внимания на нарушения и применять классическую процедуру, как будто ничего не случилось. При этом может получиться разумный ответ. И только если этого не произойдет, принимать меры. Подобный подход нередко себя оправдывает, что обеспечивается, видимо, избыточностью эксперимента и интуицией экспериментатора.

Однако все чаще в подобных ситуациях обращаются к дисперсионному, ковариационному или конъюгентному анализу. Причем выбор какого-нибудь из этих вариантов регрессионного анализа происходит обычно не в ходе анализа остатков, а при логическом исследовании исходной ситуации [5].

Принципиально другой подход к проблеме возможен, если считать, что классическая модель совершенна, а когда она нарушается, надо «подогнать» к ней ситуацию с помощью преобразований [4]. Это достижимо почти всегда, хотя и не так просто, как кажется на первый взгляд. Интересно, что основная проблема здесь — не столько в отыскании подходящего преобразования, сколько в истолковании, интерпретации получаемых результатов. Если бы мы научились лучше понимать смысл преобразованных моделей, методы такого рода, как, скажем, факторный или компонентный анализ, применялись бы на практике гораздо чаще.

Можно преобразовывать, однако, не данные, а методы обработки, например искать такие методы, которые оказались бы малочувствительными к нарушениям предпосылок. По предложению Дж. Бокса методы, обладающие подобными свойствами, стали называться робастными, или устойчивыми [6], [7], [8, гл. 10].

Робастные методы допускают нарушения некоторых предпосылок, но требуют, чтобы эти нарушения находились в определенных рамках. Если же границы нарушений не определены, применять робастные методы становится рискованно. В такой ситуации лучше использовать непараметрические (свободные от распределения) методы [9], [10]. Непараметрические методы превратились в последние годы в стройную систему, вполне конкурентоспособную с методами параметрической статистики. Во всяком случае, для нескольких распространенных ситуаций возможно и получить оценки, и проверить гипотезы в рамках рангового подхода [11].

Можно разработать специальные методы, пригодные для случаев, если не всех возможных, то по крайней мере наиболее распространенных вариантов нарушений. Сначала такие специальные методы появились в эконометрических исследованиях [12], [13], [14], [15], затем в работах по статистике [16], [17], [18]. В качестве примера нарушения, наиболее подробно описанного в литературе, назовем модель авторегрессии [19].

Иногда удобно рассматривать предпосылки как некоторую априорную информацию о свойствах задачи. В конкретных исследованиях в нашем распоряжении сверх того может оказаться дополнительная информация, позволяющая конкретизировать и уточнить постулаты. Тогда целесообразно использовать байесовскую концепцию [20].

Итак, возможностей много, и выбор подходящей превращается в серьезную проблему. Ее решению и призвана помочь книга болгарских ученых. Без таких монографий ориентироваться в потоке работ о нарушениях предпосылок классического регрессионного анализа трудно. Тем более, что уже появился новый подход, радикально меняющий ситуацию.

Этот подход называется анализом данных. Его развитие связано с именем Дж. Тьюки [21], [8]. Он предложил использовать одновременно несколько наборов предпосылок, варьируя их и сравнивая результаты. Там, где результат выглядит наиболее привлекательно, предпосылки лучше. Именно их и стоит взять за основу. Конечно, возникает большой перебор вариантов, что влечет за собой увеличение объема вычислений. Справиться с этим помогают методы имитационного моделирования [22]. Такой подход открывает новые перспективы, но выходит за рамки обсуждаемой нами книги.

Отказываясь от предпосылок классического регрессионного анализа, мы в гораздо большей степени, чем прежде, зависим от ЭВМ и программного обеспечения. Чтобы ослабить эту зависимость, авторы предвзительно разработали и издали сборник программ, очень полезный для решения обсуждаемых в книге задач (ссылка [10] в авторском списке литературы). Многие из этих программ или их аналоги доступны советским специалистам ([4], [23], [24], [25], [26], [27]).

В последние годы в статистике начали развиваться новые подходы, требующие интенсивного использования ЭВМ, но позволяющие освободиться от некоторых обременительных предпосылок. Среди таких подходов выделяются два: подход, опирающийся на графические методы анализа [28], [29], [30], [31], [32], [33], и подход, основанный на управлении выборкой в ходе обработки данных, получивший распространение благодаря работам Б. Эфрона [34] и связанный с так называемой процедурой «бутстреп». Пока еще трудно оценить последствия ряда «бутстрепизации» статистики, но уже ясно, что она привела к пересмотру ряда сложившихся представлений. Что же касается графических методов, то они способствуют развитию нового поколения машинных программ

для решения широкого круга статистических задач. Дело в том, что существующие ныне программы и пакеты программ по статистическим методам либо вовсе не содержат графических построений, либо содержат лишь тривиальные графики остатков. Авторы данной книги тоже рассматривают лишь простейшие приемы. Между тем, благодаря новым возможностям вычислительных машин, все более распространяются графические методы анализа «диких» наблюдений, влияющих наблюдений, остатков и их преобразований. Такие процедуры распространены уже столь существенно, что можно говорить о переходе к разработке новых поколений программ, в которых графическая информация, выводимая на дисплей, обеспечивает принятие решений и обратную связь в ходе вычислительного процесса. Последствия перехода на системы программ такого типа сейчас трудно даже оценить. Ясно, что для регрессионного анализа в этой связи открываются широкие возможности.

Появление новых поколений ЭВМ и развитие статистических методов привели к разработке диалоговых систем обработки информации. имеющих предметную ориентацию. Одной из таких предметных областей, по-видимому, становится сама статистика [35]. Подобные системы называются экспертными. Они выполняют консультационные функции в интерактивном, удобном пользователю режиме.

Концепция анализа данных в сочетании с «машиноекими» и графическими методами служит методологической основой для построения экспертных систем в области статистики. Такие системы не могут не охватывать круг проблем, связанных с нарушениями предпосылок статистических моделей. Мы достигли бы ощутимого прогресса, если бы на этом уровне удалось согласовать предпосылки теории, относящейся к предметной области решаемой задачи, с предпосылками математической модели, определяющими стратегию и тактику обработки данных и влияющими на интерпретацию результатов. Приходится констатировать, что сейчас между этими системами предпосылок лежит глубокая пропасть.

Книга И. Вучкова, Л. Бояджиевой и Е. Солакова «Прикладной линейный регрессионный анализ» подводит итог тому периоду развития, когда возможность нарушения предпосылок осознана и признана. Это как бы преддверие анализа данных, отдельные элементы которого рассматриваются в обсуждаемой книге, где зафиксирована система представлений, сложившаяся к началу 80-х годов.

Одна из особенностей данной книги заключается в том, что в ней много внимания уделено задачам планирования эксперимента. Это, несомненно, достоинство работы, поскольку важность концепции планирования эксперимента осознается все более широкими кругами специалистов в различных областях. И этим настоящая работа существенно отличается от ряда других работ о предпосылках [36], [37].

Эта книга — результат развития болгарской статистической школы, завоевавшей международное признание и тесно взаимодействующей с советскими исследовательскими центрами. За последние годы бол-

гарские ученые создали ряд глубоких и интересных работ: [39], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [47], в том числе совместно с советскими специалистами [50], [51], [49].

Предлагаемая вниманию читателей книга полезна всем, кто серьезно занимается обработкой экспериментальных данных и планированием эксперимента в экономике, естественнонаучных исследованиях, технике. Она будет интересна как профессионалам, так и прикладникам и может использоваться как учебное пособие в вузах и институтах повышения квалификации.

Ю. П. Адлер

ЛИТЕРАТУРА

1. Марков А. А. Исчисление вероятностей. — 4-е перераб. изд. — М.: Госиздат, 1924. — 588 с. (Гл. 7. С. 323—473).
2. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. — М.: Физматгиз, 1962. — 352 с.
3. Кейн Э. Экономическая статистика и эконометрия. Введение в количественный экономический анализ. Вып. 2/Пер. с англ.; Под ред. Р. Энтова. — М.: Статистика, 1977. — 232 с. (Гл. 14. — С. 168—206.)
4. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. В 2-х кн. — 2-е изд. — М.: Финансы и статистика. — Кн. 1. — 1986; Кн. 2. — 1987.
5. Адлер Ю. П. Предпланирование эксперимента. — М.: Знание, 1978. — 72 с.
6. Хьюбер П. Робастность в статистике/Пер. с англ.; Под ред. И. Г. Журбенко. — М.: Мир, 1984. — 304 с.
7. Устойчивые статистические методы оценки данных/Пер. с англ.; Под ред. Н. Г. Волкова. — М.: Машиностроение, 1984. — 232 с.
8. Мостеллер Ф., Тьюки Дж. Анализ данных и регрессия/Пер. с англ.; Под ред. Ю. П. Адлера. — М.: Финансы и статистика, 1982. — Вып. 1. — 317 с.; Вып. 2. — 239 с.
9. Рунион Р. Справочник по непараметрической статистике. Современный подход/Пер. с англ. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 198 с.
10. Холлендер М., Вулф Д. Непараметрические методы статистики/Пер. с англ.; Под ред. Ю. П. Адлера, Ю. Н. Тюрина. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 518 с.
11. Хетманспергер Т. Статистические выводы, основанные на рангах/Пер. с англ. — М.: Финансы и статистика, 1987.
12. Джонсон Дж. Эконометрические методы/Пер. с англ. — М.: Статистика, 1980. — 444 с.
13. Маленво Э. Статистические методы эконометрии. Вып. 1/Пер. с фр.; Под ред. Б. Н. Михалева, Э. Б. Ершова. — М.: Статистика, 1975. — 423 с.
14. Маленво Э. Статистические методы эконометрии. Вып. 2/Пер. с фр.; Под ред. Б. Н. Михалева, И. Ш. Амирова. — М.: Статистика, 1976. — 325 с.
15. Шаттелес Т. Современные эконометрические методы/Пер. с рум.; Под ред. Л. С. Кучаева. — М.: Статистика, 1975. — 240 с.
16. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи/Пер. с англ.; Под ред. А. Н. Колмогорова. — М.: Наука, 1973. — 900 с.
17. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ/Пер. с англ.; Под ред. М. Б. Малютова. — М.: Мир, 1980. — 456 с. (Гл. 6.)
18. Бикел П., Доксам К. Математическая статистика/Пер. с англ. — М.: Финансы и статистика. — 1983. — Вып. 1. — 278 с.; Вып. 2. — 254 с.
19. Анализ авторегрессий/Пер. с англ.; Под ред. Ю. П. Лукашина. — М.: Статистика, 1978. — 232 с.
20. Зельнер А. Байесовские методы в эконометрии/Пер. с англ. — М.: Статистика, 1980. — 438 с.
21. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений. Разведочный анализ/Пер. с англ.; Под ред. В. Ф. Писаренко. — М.: Мир, 1981. — 693 с.
22. Клейнен Дж. Статистические методы в имитационном моделировании/Пер. с англ.; Под ред. Ю. П. Адлера, В. Н. Варыгина. — М.: Статистика, 1978. — Вып. 1. — 221 с.; Вып. 2. — 335 с.
23. Петрович М. Л. Регрессионный анализ и его математическое обеспечение на ЕС ЭВМ. Теоретическое руководство. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 199 с.
24. Демиденко Е. З. Линейная и нелинейная регрессия. Фортран-IV. — М.: Изд-во ИМЭМО, 1979. — 82 с.
25. Дайтбегов Д. М., Калмыкова О. В., Черепанов А. И. Программное обеспечение статистической обработки данных. — М.: Финансы и статистика, 1984. — 192 с.
26. Песаран М., Слейтер Л. Динамическая регрессия: Теория и алгоритмы/Пер. с англ.; Под ред. Э. Б. Ершова. — М.: Финансы и статистика, 1984. — 310 с.
27. Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика. Исследование зависимостей/Под ред. С. А. Айвазяна. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 487 с.
28. Belsley D. A., Kuh E. and Welsch R. E. Regression diagnostics. — New York: J. Wiley, 1980. — 292 p.
29. Weisberg S. Applied linear regression. — New York: J. Wiley, 1980. — 283 p.
30. Hoaglin D. C., Mosteller F. and Tukey J. W. Understanding robust and exploratory data analysis. — New York: J. Wiley, 1982. — 447 p.
31. Cook R. D. and Weisberg S. Residuals and influence in regression. — New York and London: Chapman and Hall, 1982.
32. Chambers J. M., Cleveland W. S., Kleiner B. and Tukey P. A. Graphical methods for data analysis. — Belmont, California: Wadsworth, 1983.
33. Atkinson A. C. Plots, transformations and regression. — Oxford: Clarendon Press, 1985. — 282 p.
34. Efron B. The Jackknife, the bootstrap and other resampling plans. — Philadelphia, Pa.: SIAM, 1982. — 92 p.
35. Hahn H. J. More intelligent statistical software and statistical expert systems: future directions// Amer. Statistician, febr. — 1985, v. 39, N 1. — P. 1—16, with discuss.
36. Бородюк В. П. Регрессионные модели с нестандартной ошибкой в задачах идентификации сложных объектов. — М.: Изд-во МЭИ, 1981. — 92 с.
37. Бородюк В. П. Статистические методы математического описания сложных объектов. — М.: Изд-во МЭИ, 1981. — 91 с.
38. Вучков И. Н., Йончев Х. А. Планиране и анализ на експеримента при исследване на свойствата на смеси и сплави. — София: Техника, 1979. — 356 с.
39. Кръстева М. Статистически методи в качествения контрол. — София: Наука и изкуство, 1975. — 306 с.
40. Марков Св. Математическо моделиране. — София: Наука и изкуство, 1977. — 167 с.

41. Г а т е в Г. И. Анализ и синтез на автоматични системи.— София: Техника, 1978.—333 с.
42. Г а т е в Г. И., В е л е в К. Д., С т о й к о в а Ц. В. Методи, алгоритми и програми за моделиране и оптимизиране на производството.— София: Техника, 1973.—282 с.
43. М е х а н д ж и е в М. Р. Планиране и методики при технологични изследвания.— София: Техника, 1975.— 187 с.
44. П а п а з о в С. П. Оптимално проектиране на електромагнитни системи.— София: Техника, 1978.—279 с.
45. Н е н о в Г. Д. Моделиране и оптимизиране на радиотехнически вериги и устройства.— София: Техника, 1977.— 131 с.
46. Ч а к а л о в Б. Планиране на емпиричните социологически изследвания и статистиката.— София: Наука и изкуство, 1979.—182 с.
47. Й о н о в К. Д., В а н е в Б. И. Експертни оценки.— София: Техника, 1977.—169 с.
48. Проблеми на експерименталните изследвания.— Втора научно-техническа конференция с международно участие. Доклади.— Варна: Ком. за наука, технич. прогр. и висш. обр., 1976.—207 с.
49. М и т к о в А. Л., К а р д а ш е в с к и й С. В. Статистические методы в сельхозмашиностроении.— М.— София: Машиностроение — Земиздат, 1978.— 360 с.
50. Р а с т р и г и н Л. А., М а д ж а р о в Н. Е., М а р к о в С. И. Оценивание на параметри и състояние на динамически обекти.— София: Техника 1978.—282 с.
51. Н о в и к Ф. С., А р с о в Д. Б. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов.— М.— София: Машиностроение — Техника, 1980.—304 с.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Регрессионный анализ — один из наиболее широко распространенных статистических методов. Он используется при построении математической зависимости на основе экспериментальных данных. Трудно перечислить все сферы человеческой деятельности, где применение этого метода было плодотворным.

Благодаря регрессионному анализу возможны построение математической модели и статистический анализ результатов. В первом случае прибегают к различным вариантам метода наименьших квадратов, который был создан Адрианом Мари Лежандром (1805 г.) и Карлом Фридрихом Гауссом (1809 г.). Последний утверждал, что разработал этот метод еще в 1795 г., а в 1801 г. с его помощью определял траекторию малой планеты Церера. Само понятие регрессии было введено в 1885 г. Френсисом Гальтоном в связи с его антропологическими исследованиями. Он соединил метод наименьших квадратов со средствами статистического анализа полученных результатов, и таким образом регрессионный анализ стал общим методом построения математических моделей на основе экспериментальных данных.

При столь долгой истории регрессионного анализа можно было бы ожидать, что он давно полностью изучен, остановился в своем развитии и перестал интересовать специалистов. Но это не так; достаточно взглянуть на публикации в статистических журналах за последние 10—15 лет или на далеко не полный список литературы в конце этой книги. С появлением и развитием вычислительной техники возможности регрессионного анализа расширились, в силу чего в последние годы резко возросло число публикаций на эту тему. Чрезвычайно быстро расширяются возможности метода при решении практических задач, повышается точность получаемых результатов. Вместе с тем приложения регрессионного анализа и интерпретация его результатов требуют глубоких знаний и умения правильно оценивать получаемую информацию.

Формирование основных направлений развития регрессионного анализа было связано с совершенствованием средств диагностики нарушения предпосылок классической процедуры, а также с созданием методов преодоления последствий таких нарушений. Появился анализ

- likelihood estimators in the context of autocorrelated errors // J. Amer. Stat. Assoc. — V. 74. — 1979. — P. 71.
205. Sprent P. A generalized least squares approach to linear functional relationship // J. Roy. Stat. Soc. — V. 26, 1966. — P. 287.
206. Stein C. Multiple regression /Contrib. probab. statist. — Stanford Univ. Press, 1960. — P. 424—443.
207. Swed F., Eisenhart C. Tables for testing randomness of grouping in a sequence of alternatives // Ann. Math. Stat. — V. 14. — 1943. — P. 66.
208. Theil H., Nagar A. Testing independence of regression disturbances // J. Amer. Stat. Assoc. — V. 56. — 1961. — P. 793.
209. Theil H. The analysis of disturbances in regression analysis // J. Amer. Stat. Assoc. — V. 60. — 1965. — P. 1067—1079.
210. Theil R. A critique of some ridge regression methods: comment // J. Amer. Stat. Assoc. — V. 75. — 1980. — P. 81—86.
211. Theobald C. Generalization of mean square error applied to ridge regression // J. Roy. Stat. Soc. — ser. B. — V. 36. — 1974. — P. 103—106.
212. Tukey J. A survey of sampling from contaminated distributions /Contrib. probab. statist. — Stanford Univ. Press., 1960. — P. 448—485.
213. Van den Boom A. On the relation between weighted least squares estimators and instrumental variable estimators. Preprints of IV IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation. — Part 2. — Тбилиси. — 1976. — P. 457—467.
214. Villgas C. On the least squares estimation of nonlinear relation // Ann. Math. Stat. — V. 40. — 1969. — P. 462.
215. Willan A., Watts D. Meaningful multicollinearity measures // Technometrics. — V. 20. — 1978. — P. 407—412.
216. Wilkinson J. The classical error analysis for the solution of linear systems // J. Inst. Math. Appl. — V. 10. — 1974. — P. 175—180.
217. Williams J. The variance of weighted regression estimators // J. Amer. Stat. Assoc. — V. 62. — 1977. — P. 1967.
218. Vinod D. A survey of ridge regression and related techniques for improvements over ordinary least squares // Review. Econ. and stat. — V. 60. — 1978. — P. 121—131.
219. Von Neumann J. Distribution of the ratio of the squared successive difference to the variance // Ann. Math. Stat. — V. 12. — 1941. — P. 367.
220. Vuchkov I. A ridge — type procedure for design of experiments // Biometrika. — V. 64. — 1977. — P. 147—150.
221. Vuchkov I., Boyadjiev D. Parameter estimation by least squares method when the information matrix is ill — conditioned /Symp. Syst. Model. Contr. — Zakopane: 1979. — P. 351—356.
222. Vuchkov I., Solakov E. The influence of experimental design on robustness to nonnormality of the F — test in regression analysis // Biometrika. — V. 67. — 1980. — P. 489—492.
223. Vuchkov I., Boyadjieva L. Error in the factor levels and estimation of regression model parameters // J. Stat. Comp. Simul. — V. 13. — 1981. — P. 1—12.
224. Vuchkov I., Boyadjieva L. The robustness of experimental design against errors in the factor levels // J. Stat. Comp. Simul. — V. 14. — 1983.
225. Weber J., Monarchi D. Performance of the Durbin — Watson test and WLS estimation when the disturbance term includes serial dependence in addition to first order autocorrelation // J. Amer. Stat. Assoc. — V. 77. — 1972. — P. 117.
226. Webster J., Gunst R., Mason R. Latent root regression analysis // Technometrics. — V. 16. — 1974. — P. 513—522.
227. Yale C., Forsythe A. Winsorized regression // Technometrics. — V. 18. — 1976. — P. 291—300.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к русскому изданию	5
Предисловие	13
Глава 1. Классическая процедура регрессионного анализа	15
Глава 2. Модификации процедуры регрессионного анализа	81
Глава 3. Вычислительные проблемы при плохо обусловленной информационной матрице	104
Глава 4. Регрессионный анализ при неоднородных и коррелированных наблюдениях	143
Глава 5. Регрессионный анализ при ошибках в независимых переменных	181
Глава 6. Регрессионный анализ при нарушении предположения о нормальном законе распределения наблюдений.	193
Литература	230